Variable Compleja

Dr. José Federico Ramírez Cruz

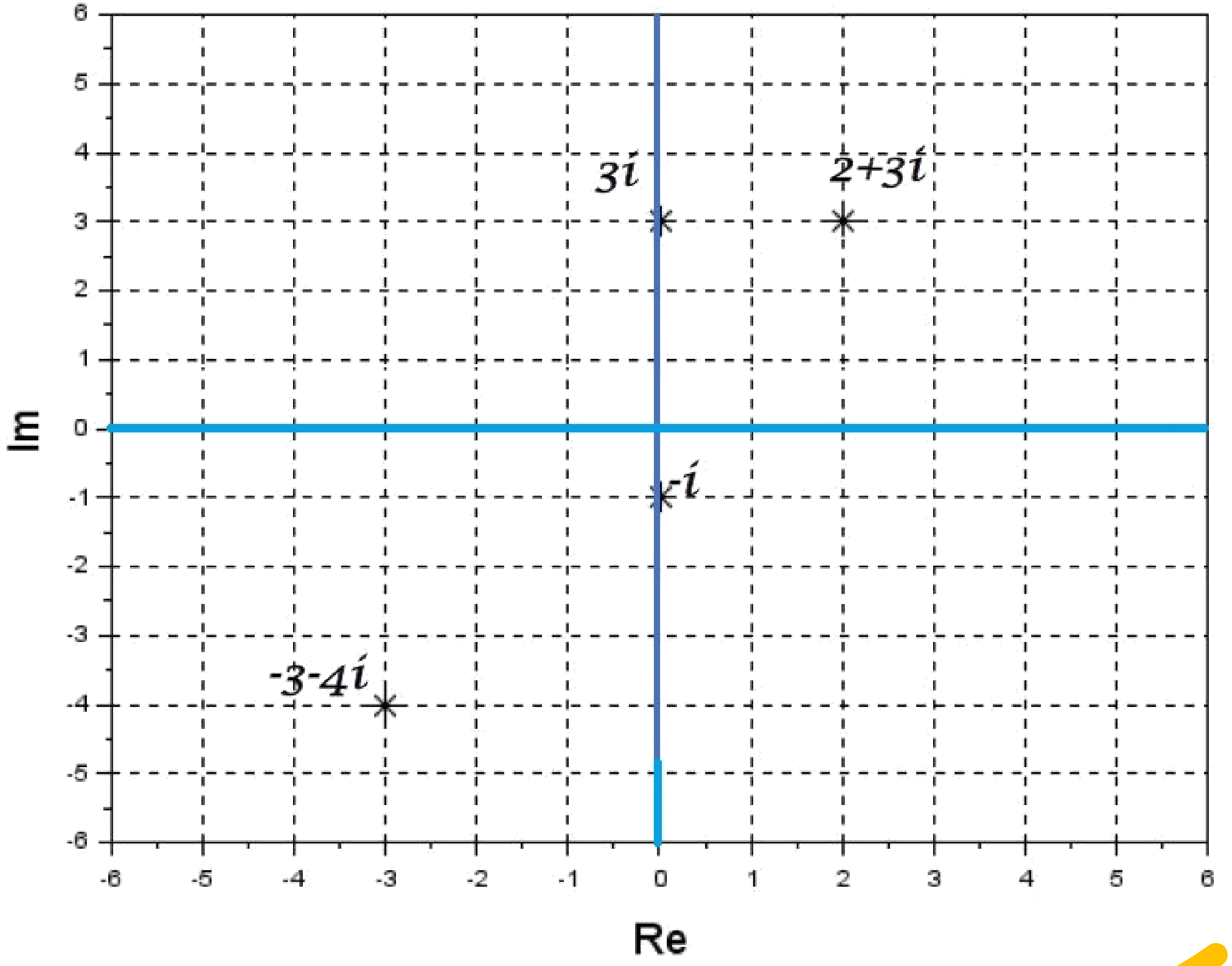
Definición:

Un ***número complejo*** es cualquier número de la forma $\boldsymbol{z = a + ib}$ donde $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ son números reales e $\boldsymbol{i} = \sqrt{-\mathbf{1}}$ es la unidad imaginaria $\boldsymbol{a = Re(z)}$ $\mathbf{b = Im(z)}$

$$\boxed{i^2 = -1}$$

Plano Complejo o Plano de Gauss

Representación Cartesiana o Rectangular= $a + bi$



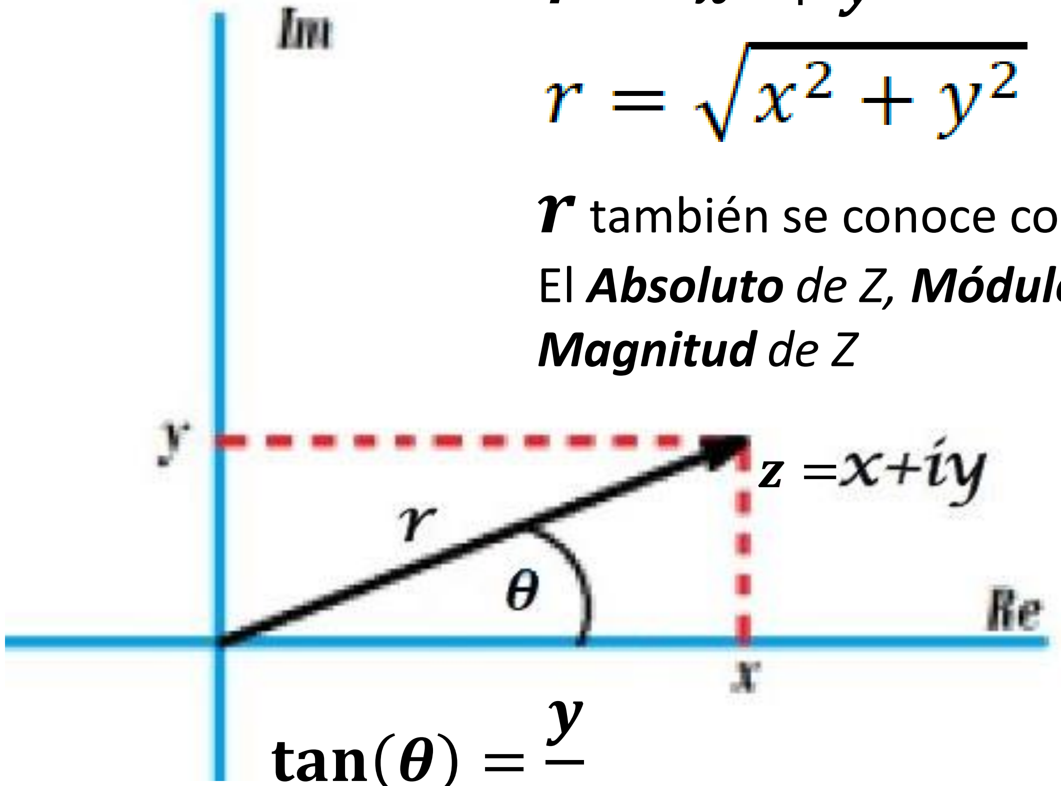
Representación Polar:

Sea $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{iy}$

$$\boldsymbol{r^2 = x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\boldsymbol{r}$ también se conoce como $|\boldsymbol{z}|$
El ***Absoluto*** *de Z*, ***Módulo*** *de Z o* ***Magnitud*** *de Z*



$$\tan(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{x}}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \operatorname{atan}\left(\frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{x}}\right)$$

$$\boldsymbol{0 \leq \theta < 2\pi}$$

$$\boldsymbol{0 \leq \theta < 360°}$$

$\boldsymbol{\theta}$ también se conoce como
La ***Fase*** *de Z*, ***Ángulo*** *de Z o* ***Argumento*** *de Z*

$\cos\theta = \frac{x}{r}$ de donde $x = r\cos\theta$

$\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{r}$ de donde $y = r\sin\theta$

$\tan\theta = \frac{y}{x}$ si $x \neq 0$ de donde $\theta = tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ $para\ 0 \leq \theta \ll 2\pi$

$$x + iy = r\cos\theta + \mathrm{i}\cdot \mathrm{r}\cdot \operatorname{sen}\theta$$

$$\boxed{x + iy = r\,(\cos\theta + \mathrm{i}\cdot \operatorname{sen}\theta)}$$

$r\,(\cos\theta + \mathrm{i}\cdot \operatorname{sen}\theta)$

$\downarrow\ \downarrow\ \ \ \ \ \ \ \ \downarrow\ \downarrow\ \ \downarrow$

$r\,($c $\ \ \ \ \ \ \ \ $ i s $\theta)$

La forma ***trigonométrica***, o forma ***polar*** de un número complejo $z = x + iy$ es

$$\boldsymbol{r\left(\cos\theta + \mathrm{i}\cdot\sin\theta\right) = rcis\theta} \tag{1.16}$$

Donde

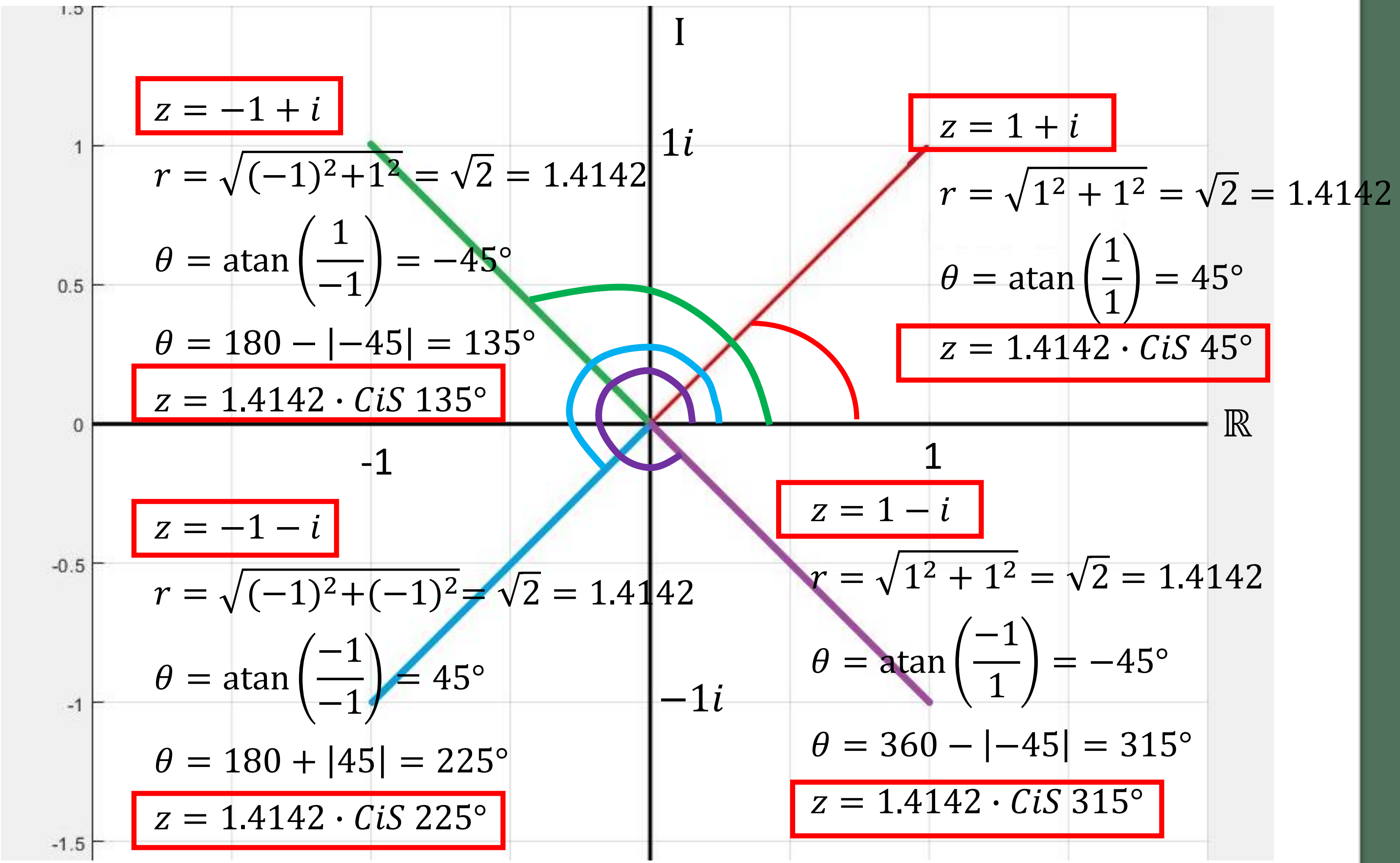
$$\boldsymbol{r = \sqrt{x^2 + y^2}} \tag{1.17}$$

$$\boldsymbol{x = r\cos\theta} \tag{1.18}$$

$$\boldsymbol{y = r\sin\theta} \tag{1.19}$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right), si\ x \neq 0 \tag{1.20}$$

La representación es única para $0 \leq \theta < 2\pi$ si el ángulo está en radianes o $0 \leq \theta < 360°$ si el ángulo está en grados, para todo i, excepto $0 + 0i$



Representación y Graficación de un número complejo en su forma Polar

El ***conjugado*** de un número complejo $z = x + iy$ se escribe como $\bar{\mathbf{z}}$, este se obtiene solamente cambiando de signo la parte imaginaria de z, esto es

$$\bar{z} = x - iy \tag{1.21}$$

Se eliminan

$i^2 = (-1)$

$$z\bar{z} = (x + iy)(x - iy) = x^2 \boxed{- xyi + xyi} - i^2y^2 = x^2 + y^2$$

Sea $a + bi$ y $c + di$ dos números complejos, donde a, b, c, d, e son números reales,

Igualdad: $a + bi = c + di$, si y sólo si $a = c$ y $b = d$ (1.23)

Suma o Adición: $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$ (1.24)

Resta o Sustracción: $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$ (1.25)

Multiplicación: $(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$ (1.26)

División: $\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$ (1.27)

Ejercicios

$\boxed{i^2 = -1}$

1. $(4+5i)+(3+4i)=7+9i$
2. $(2-i)-(3-5i)=-1+4i$
3. $(5-2i)+(3+2i)=8+0i=8$
4. $(4+3i)-(4+2i)=0+i=i$
5. $(2+3i)(4+2i)=$

$$8+4i+12i+6i^2$$
$$8+16i-6$$
$$2+16i$$

6. $(a+bi)(c+di)=$

$$ac+adi+bci+bdi^2$$
$$ac+(ad+bc)i-bd$$
$$(ac-bd)+(ad+bc)i$$

7. $(4-3i)(4+3i)=$

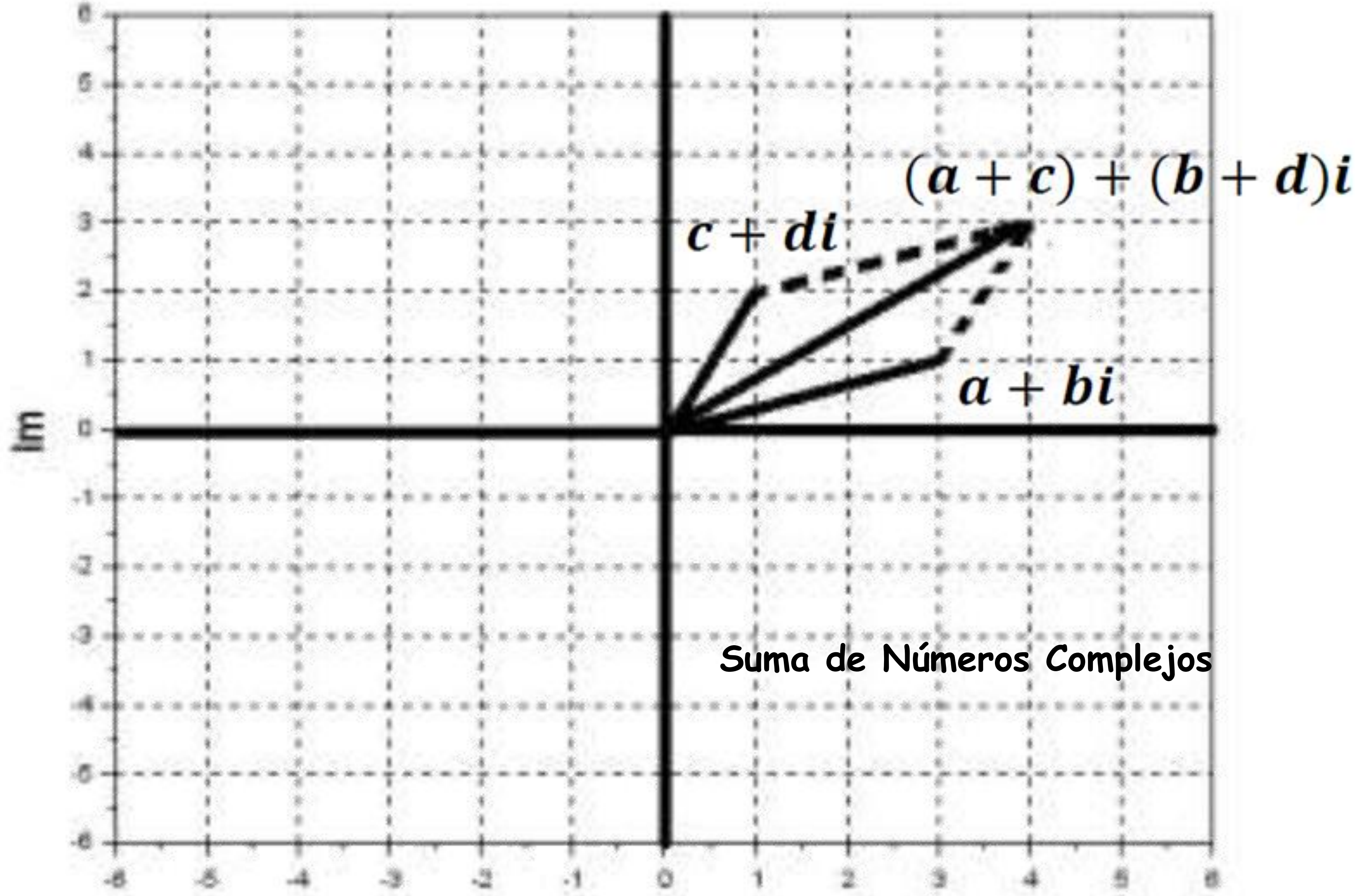
$$16+12i-12i-9i^2$$
$$16-9i^2$$
$$16+9$$
$$25$$

Ejercicios

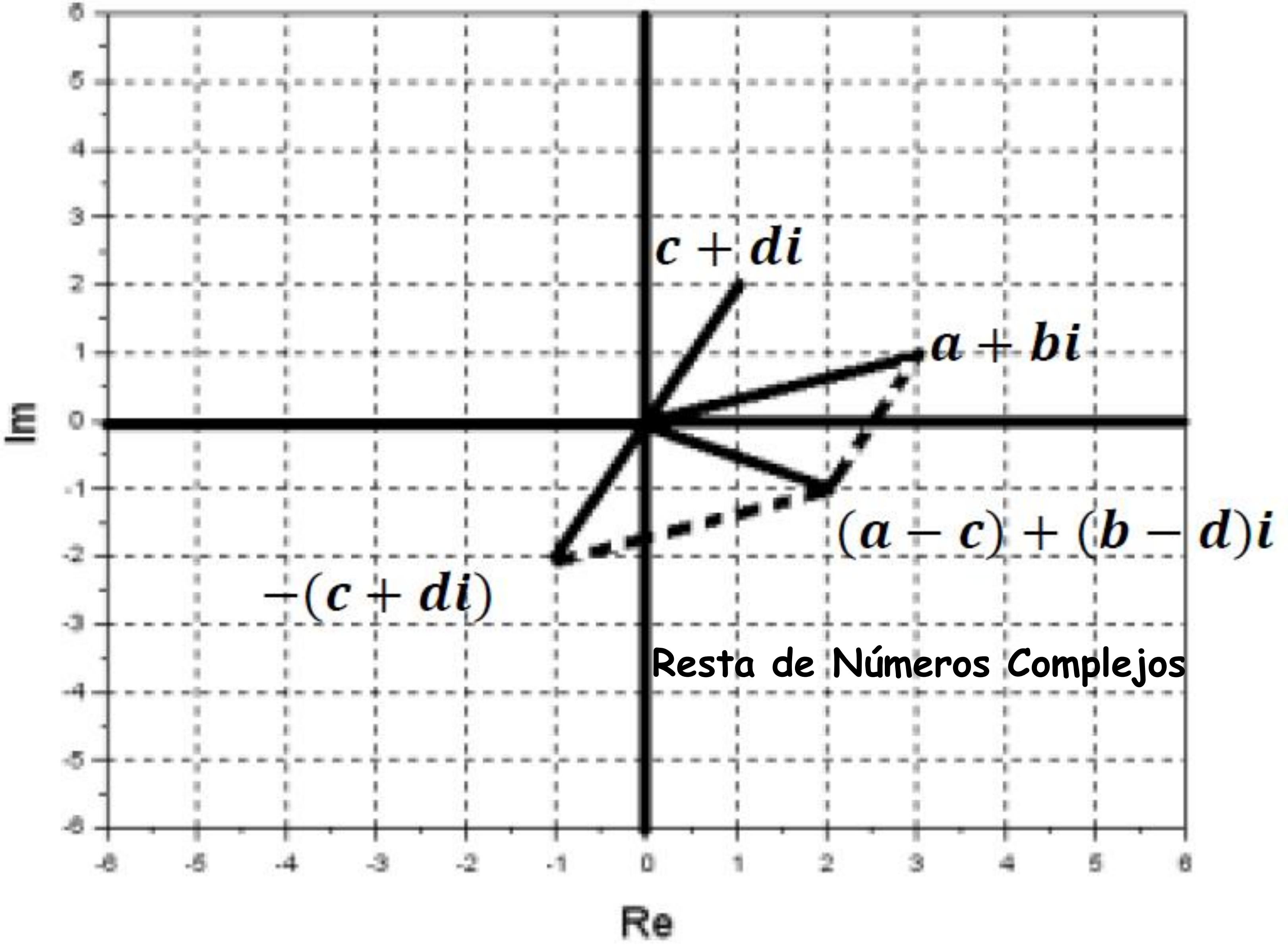
$$\frac{3+2i}{1+4i}=\frac{3+2i}{1+4i}*\frac{1-4i}{1-4i}=\frac{3-12i+2i-8i^2}{1-\cancel{4i}+\cancel{4i}-(4i)^2}=\frac{3-10i-(8)(-1)}{1-(16)(-1)}=\frac{11-10i}{1+16}=\frac{11}{17}-\frac{10}{17}i$$

División: $\dfrac{a+bi}{c+di}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}i$

$$\frac{3+2i}{1+4i}=\frac{(3)(1)+(2)(4)}{1^2+4^2}+\frac{(2)(1)-(3)(4)}{1^2+4^2}i=\frac{3+8}{17}+\frac{2-12}{17}i=\frac{11}{17}-\frac{10}{17}i$$



$(a+c)+(b+d)i$
$c+di$
$a+bi$
Im
Suma de Números Complejos



$c + di$
$a + bi$
$(a - c) + (b - d)i$
$-(c + di)$
Resta de Números Complejos
Im
Re

MULTIPLICACIÓN

Sean $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i \operatorname{sen}\theta_1)$ y $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i \operatorname{sen}\theta_2)$

$z_1 = r_1 CiS\theta_1$ diferentes de cero $z_2 = r_2 CiS\theta_2$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)] \quad \text{o} \quad r_1 r_2 cis(\theta_1 + \theta_2)$$

Ejemplo

$$5(\cos 38° + i \cdot sen\, 38°) * 4(\cos 75° + i \cdot sen\, 75°) =$$

$$= 5 * 4(\cos(38° + 75°) + i \cdot \sin(38° + 75°))$$

$$= 20(\cos 113° + i \cdot \sin 113°)$$

$$= 20\ cis\ 113$$

Ejemplo

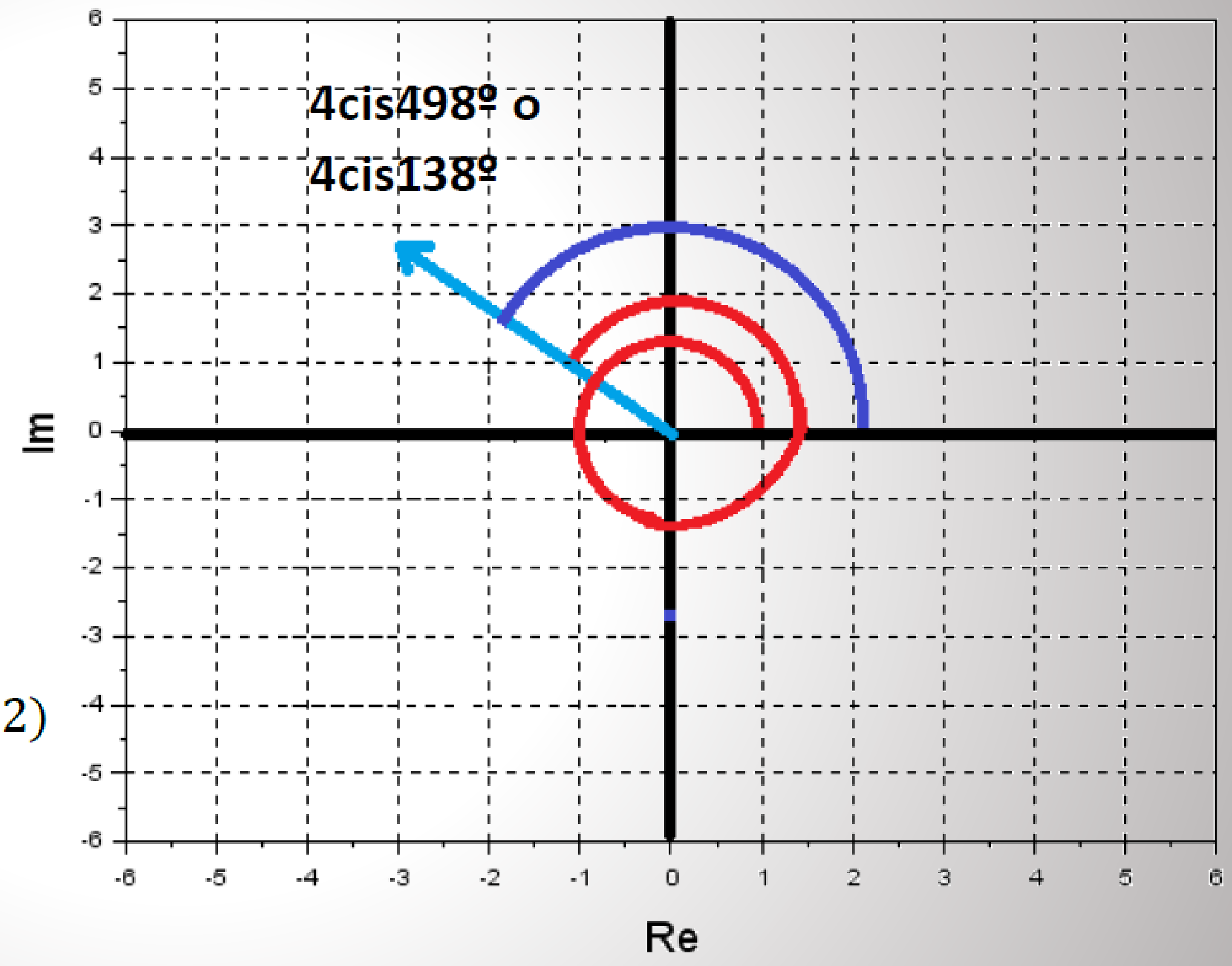
$$\sqrt{2}\ cis\ 188° * 2\sqrt{2}\ cis\ 310° =$$

$$= \sqrt{2} * 2\sqrt{2} * cis(188° + 310°)$$

$$= \cancel{4\ cis\ \boxed{498°}} = \boxed{4\ cis\ 138°}$$

$$m = modulo(angulo\_grados, 360)$$

$$m = modulo(angulo\_radianes, 6.2832)$$



DIVISIÓN

Sean $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\,\mathrm{sen}\,\theta_1)$ y $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\,\mathrm{sen}\,\theta_2)$

diferentes de cero

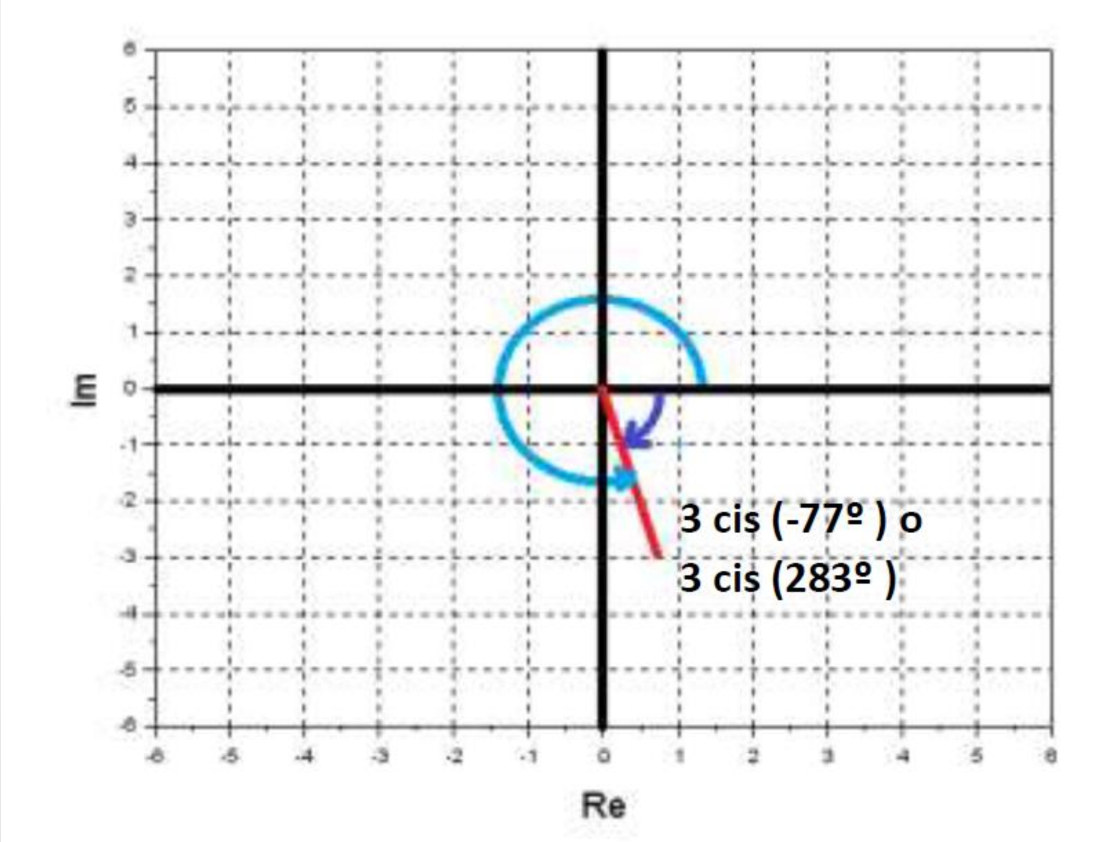
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\,\mathrm{sen}(\theta_1 - \theta_2)] \quad \text{o} \quad \frac{r_1}{r_2} cis(\theta_1 - \theta_2)$$

Ejemplo

$$\frac{15(\cos 48°+i\sin 48°)}{5(\cos 125+i\sin 125°)} = \frac{15\ cis\ 48°}{5\ cis\ 125°} = 3\ cis\ (48° - 125°)$$

$$\cancel{= 3\ cis\ \boxed{(-77°)}}$$

$$\boxed{= 3\ cis\ (283°)}$$



Potencia

$$(r\ cis\ \theta)^n = \overset{\mathbf{1}}{(r\ cis\ \theta)} * \overset{\mathbf{2}}{(r\ cis\ \theta)} \overset{\dots}{*} \cdots * \overset{\boldsymbol{n}}{(r\ cis\ \theta)}$$

$$(r\ cis\ \theta)^n = \overset{\mathbf{1}}{r} * \overset{\mathbf{2}}{r} * \overset{\dots}{\cdots} \overset{\boldsymbol{n}}{r}\ cis\ (\overset{\mathbf{1}}{\theta} + \overset{\mathbf{2}}{\theta} + \overset{\dots}{\cdots} + \overset{\boldsymbol{n}}{\theta})$$

$$\boxed{(r\ cis\ \theta)^n = r^n\ cis\ (n\theta)}$$

Ejemplo

$$(2\ cis\ 48°)^3 \qquad = 2^3\ cis\ (3 * 48°)$$

$$= 8\ cis\ 144°$$

Ejemplo

Primero escribimos el número a su forma polar o trigonométrica

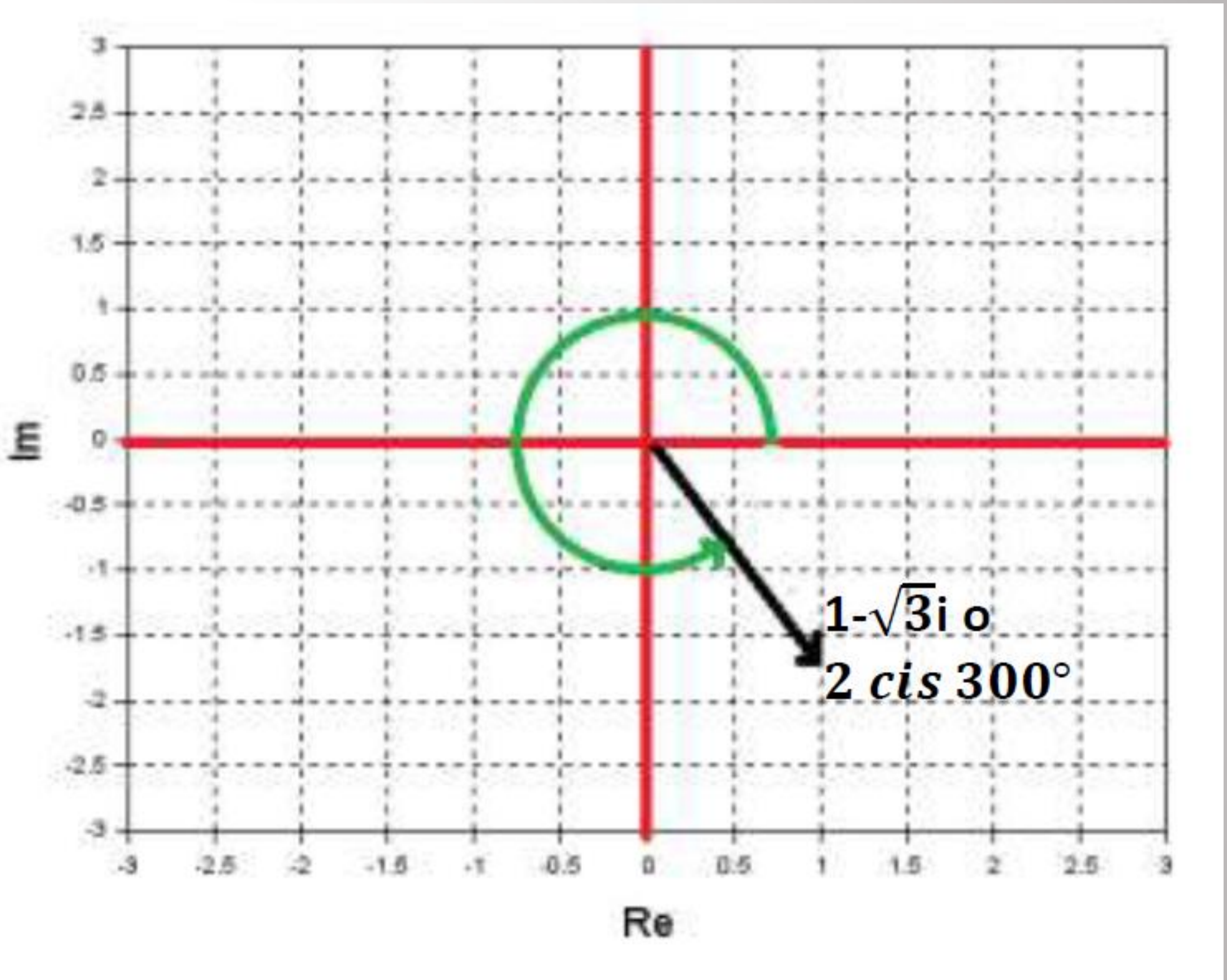
$$\left(1-\sqrt{3}i\right)^{5}$$

$$r=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$$

$$\theta=tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{1}\right)=tan^{-1}\left(-\sqrt{3}\right)=-60°$$

$$\theta=360°-60°=\mathbf{300°}$$

$$2\ cis\ 300°=1-\sqrt{3}i$$



Continuación del ejemplo

$$\left(1-\sqrt{3}i\right)^5 = (2\ cis\ 300°)^5 = 2^5\ cis\ (5 * 300°)$$

$$= 32\ cis\ 1500°$$

pero, $0 \leq \theta < 360°$,

Entonces

$$\theta = modulo(1500{,}360) = 60°$$

Por lo tanto

$$\boldsymbol{\left(1-\sqrt{3}i\right)^5 = 32\ cis\ 60°}$$

Continuación del ejemplo

Si se quisiera la respuesta en forma cartesiana o rectangular

$$x = 32\cos 60° \qquad y = 32\,\mathrm{sen}\,60°$$

$$x = 32\left(\frac{1}{2}\right) = 16 \quad y = 32\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 16\sqrt{3}$$

Entonces

$$\left(\mathbf{1} - \sqrt{\mathbf{3}}\boldsymbol{i}\right)^{\mathbf{5}} = \mathbf{16} + \mathbf{16}\sqrt{\mathbf{3}}\boldsymbol{i}$$

Raíz $\sqrt[n]{z} = z^{1/n}$

RAIZ (Fórmula de De Moivre)

Si $z = r\ cis\ \theta$, y n es un entero positivo

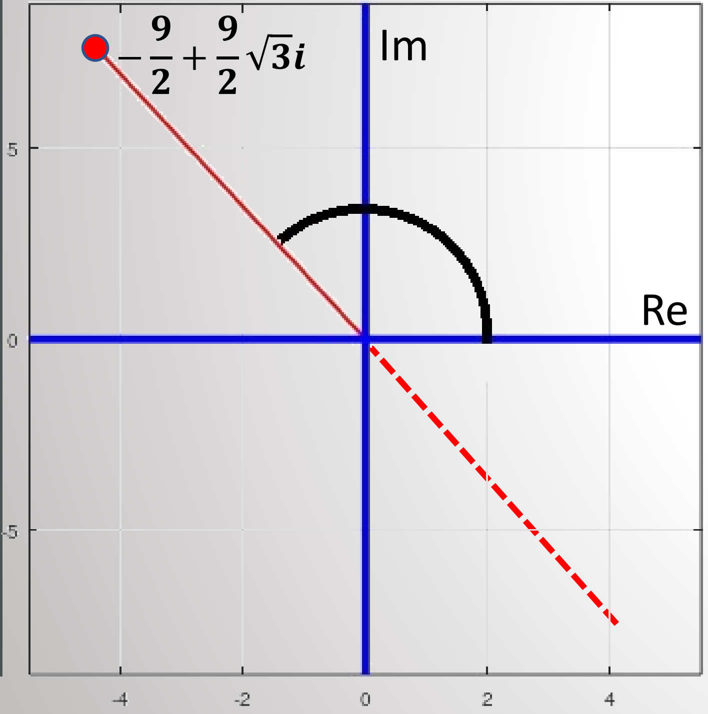
$$z^{1/n} = (r\ cis\ \theta)^{1/n} = r^{1/n}\ cis\ \frac{1}{n}(\theta + 360k) \text{ si el ángulo es en grados} \qquad (1.46)$$

$$z^{1/n} = (r\ cis\ \theta)^{1/n} = r^{1/n}\ cis\ \frac{1}{n}(\theta + 2\pi k) \text{ si el ángulo es en radianes} \qquad (1.47)$$

Donde $k = 0, 1, 2, \cdots, (n-1)$.

Ejemplo: Obtener la raíz cuadrada de

$$z = -\frac{9}{2} + \frac{9}{2}\sqrt{3}i$$



Forma Polar:

$$r = \sqrt{\left(-\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{81}{4} + \frac{3*81}{4}}$$

$$r = \sqrt{81\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right)} = \sqrt{81\left(\cancel{\frac{4}{4}}^{\,1}\right)} = \sqrt{81} = 9$$

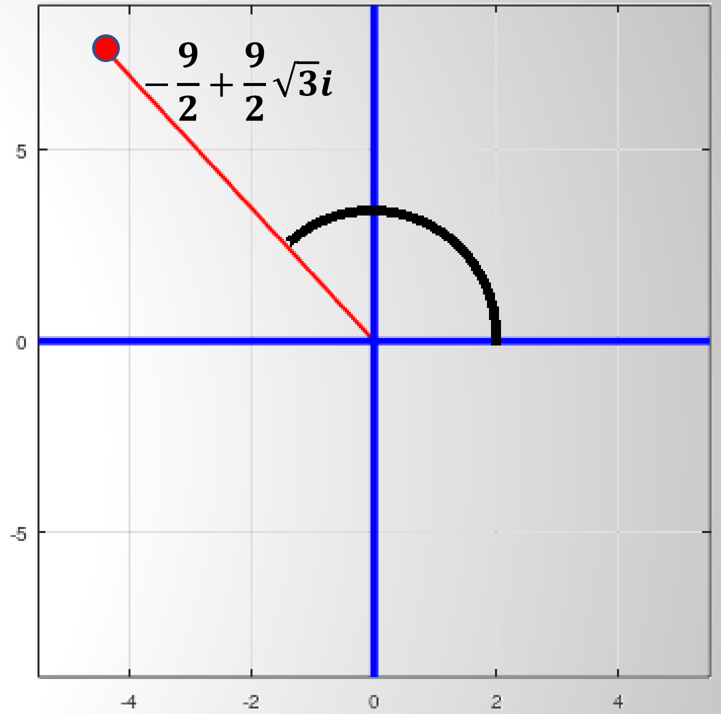
$$\theta = \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{9}{\cancel{2}}\sqrt{3}}{-\frac{9}{\cancel{2}}}\right) = atan(-\sqrt{3}) = \cancel{-60°}$$

$$\theta = 180° - 60° = 120°$$

$$\boxed{z = -\frac{9}{2} + \frac{9}{2}\sqrt{3}i = 9\ CiS\ 120°}$$

Ejemplo: Obtener la raíz cuadrada de

$$-\frac{9}{2}+\frac{9}{2}\sqrt{3}i \quad = \quad 9CiS\ 120°$$



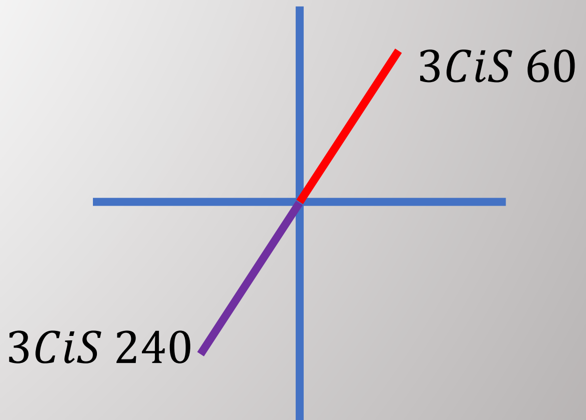
Solución:

$$z^{(1/2)} = 9^{(1/2)} * CiS\ \frac{1}{2}(120+360*k)$$

Donde $k \ = \ 0, 1$

Para k = 0 $\quad z_1 = 3 * CiS\ \frac{1}{2}(120°) = 3 * CiS(60°)$

Para k = 1 $\quad z_2 = 3 * CiS\ \frac{1}{2}(120+360) = 3 * CiS\frac{1}{2}(480) = 3 * Cis(240)$



Ejemplo: Obtener la raíz cubica de

$z = 1 + i$

$r = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ $\quad = \quad$ $z = \sqrt{2} CiS\, 45°$

$\theta = tan^{-1}(1) = 45°$

Solución:

$$z^{\frac{1}{3}} = \left(\sqrt{2}\right)^{1/3} CiS\ \frac{1}{3}(45 + 360 * k)$$

$k = 0, 1, 2$

Para k = 0 $\quad z_1 = 1.122 * CiS\ \frac{1}{3}(45°) = 1.122 * CiS(15°)$

Para k = 1 $\quad z_2 = 1.122CiS\ \frac{1}{3}(45 + 360) = 1.122 * Cis(135°)$

Para k = 2 $\quad z_3 = 1.122CiS\ \frac{1}{3}(45 + 720) = 1.122 * Cis(255°)$

Funciones Trigonométricas como series complejas

Representación de $\boldsymbol{e^z}$, $\mathbf{sin}\,\boldsymbol{z}$, $\mathbf{cos}\,\boldsymbol{z}$ como una serie infinita convergente

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \cdots$$

$$\operatorname{sen} z = z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \cdots$$

$$\cos z = 1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \cdots$$

Funciones Trigonométricas como series complejas

$$e^{i\theta} = 1 + i\theta + \frac{(i\theta)^2}{2!} + \frac{(i\theta)^3}{3!} + \frac{(i\theta)^4}{4!} + \frac{(i\theta)^5}{5!} + \frac{(i\theta)^6}{6!} + \frac{(i\theta)^7}{7!}$$

$$e^{i\theta} = 1 + \frac{(i\theta)^2}{2!} + \frac{(i\theta)^4}{4!} + \frac{(i\theta)^6}{6!} + i\theta + \frac{(i\theta)^3}{3!} + \frac{(i\theta)^5}{5!} + \frac{(i\theta)^7}{7!}$$

$$e^{i\theta} = 1 + \frac{i^2\theta^2}{2!} + \frac{i^4\theta^4}{4!} + \frac{i^6\theta^6}{6!} + i\theta + \frac{i^3\theta^3}{3!} + \frac{i^5\theta^5}{5!} + \frac{i^7\theta^7}{7!}$$

$$\boxed{\begin{aligned} i^2 &= -1 \\ i^3 &= ii^2 = i(-1) = -i \\ i^4 &= ii^3 = i(-i) = -i^2 = -(-1) = 1 \\ i^5 &= ii^4 = i(1) = i \\ i^6 &= ii^5 = i(i) = i^2 = -1 \\ i^7 &= ii^6 = i(-1) = -i \end{aligned}}$$

$$e^{i\theta} = 1 + \frac{(-1)\theta^2}{2!} + \frac{(1)\theta^4}{4!} + \frac{(-1)\theta^6}{6!} + i\theta + \frac{(-i)\theta^3}{3!} + \frac{(i)\theta^5}{5!} + \frac{(-i)\theta^7}{7!}$$

$$e^{i\theta} = \boxed{1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!}} + \boxed{i\theta - \frac{i\theta^3}{3!} + \frac{i\theta^5}{5!} - \frac{i\theta^7}{7!}} = \underbrace{\boxed{1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!}}}_{\cos(\theta)} + i\underbrace{\boxed{\left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!}\right)}}_{\sin(\theta)}$$

$$\boxed{e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)}$$

Funciones trigonométricas seno, cos , exp

$$\operatorname{sen} z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$$

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

Representación de un número complejo en su forma exponencial compleja

La representación de un número complejo en su forma polar es:

$$\boxed{x + iy = r\,(\cos\theta + \mathrm{i}\cdot \operatorname{sen}\theta)}$$

Pero, la expresión de Euler es:

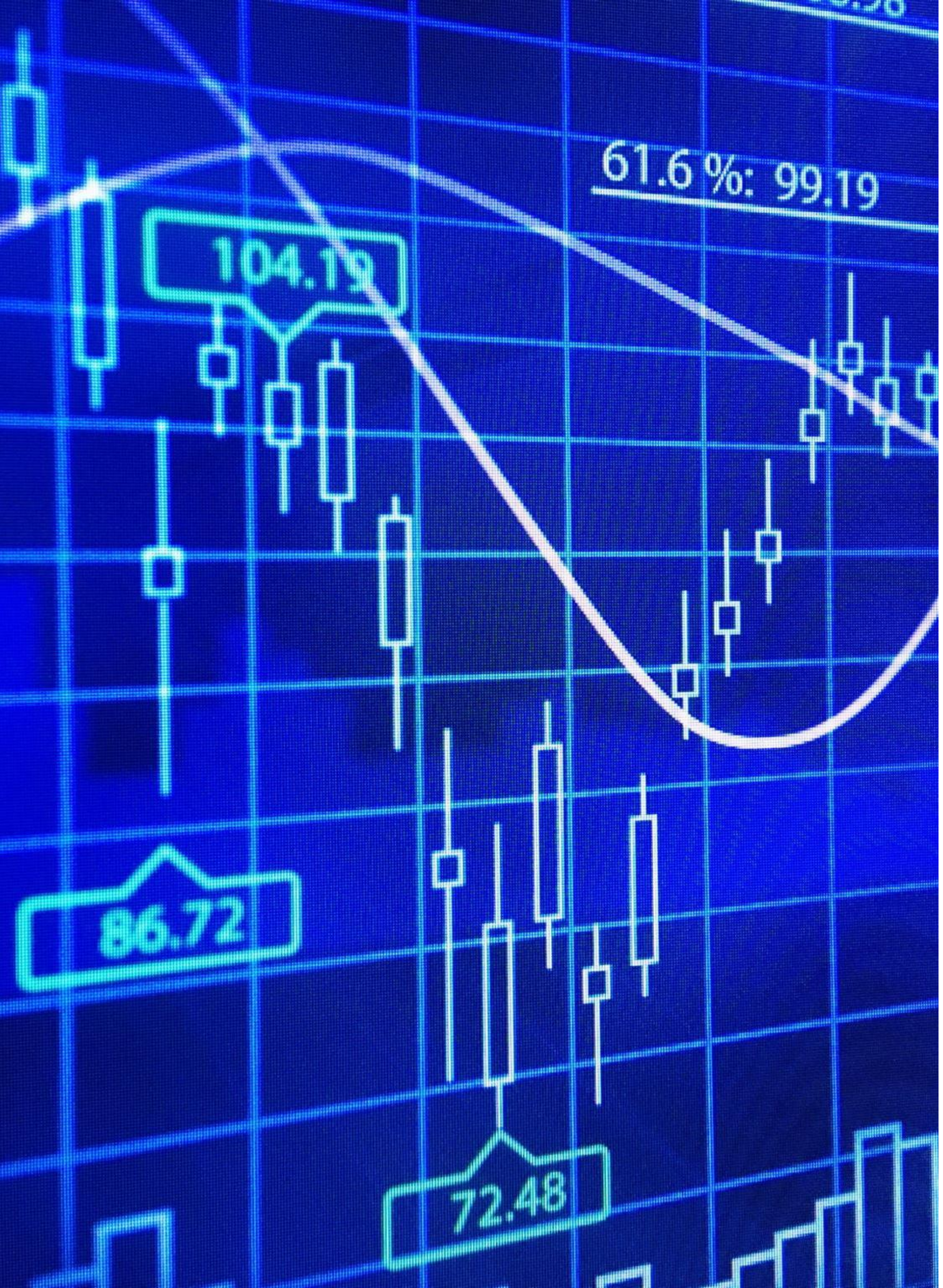
$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

Por lo tanto, un número complejo se puede expresar en su forma exponencial compleja como:

$$z = re^{i\theta}$$

Representaciones de un número complejo

Representación Cartesiana o Rectangular	Representación Polar o Trigonométrica	Representación Exponencial Compleja
$z = x + yi$	$z = r \cdot (\cos\theta + i \cdot \sin\theta)$ o en su forma compacta $z = r \cdot CiS\ \theta$	$z = r \cdot e^{\theta i}$
Ejemplo: $z = 1 + i$	Ejemplo: $z = 1.4142 \cdot CiS\ 45°$ $z = 1.4142 \cdot (\cos 45° + i \cdot \sin 45°)$ El ángulo en grados debe ser $0 \leq \theta < 360°$ También puede representar el ángulo en radianes $z = 1.4142 \cdot CiS\ \frac{\pi}{4}$ $z = 1.4142 \cdot \left(\cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{\pi}{4}\right)$ $0 \leq \theta < 2\pi$	Ejemplo $z = 1.4142 \cdot e^{(\pi/4)i}$ El ángulo debe estar en radianes, puede ser positivo o negativo



Operaciones con variables complejas utilizando notación exponencial

Ejemplo 1.6 Usando en valor de $z = 3 - 4i$, encontrar el valor de

1. e^{iz}

Sustituyendo z tenemos

$$x^3 * x^2 = x^{3+2} = x^5$$

$$x^3 * x^{-2} = x^{3-2} = x$$

$$e^{i(3-4i)} = e^{3i}e^{-4i^2} = e^{3i}e^4$$

$$= e^4 e^{3i}$$

Por la representación de un número complejo en su forma exponencial tenemos que

$$e^{3i} = \cos 3 + i \sin 3$$

Sustituyendo

$$e^4 e^{3i} = 54.60(\cos 3 + i \sin 3)$$

Tomando el ángulo en radianes, tenemos

$$= 54.60(-0.990 + 0.1411i)$$

$$\boxed{e^{i(3-4i)} = -54.60 + 7.704i}$$

2. Encontrar el valor de e^{-iz} para $z = 3 - 4i$

$$e^{-i(3-4i)} = e^{-3i}e^{4i^2} = e^{-4}e^{-3i}$$

$$e^{-3i} = \cos(-3) + i\sin(-3)$$

$$= 0.01832[\cos(-3) + i\sin(-3)]$$

$$= 0.01832[-0.990 - 0.1411i]$$

$$\boxed{e^{-i(3-4i)} = -0.01813 - 0.00258i}$$

3. Encontrar el valor de $\sin(z)$ para $z = 3 - 4i$

$$\boxed{\sin(z) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}} \qquad \sin(3-4i) = \frac{e^{i(3-4i)} - e^{-i(3-4i)}}{2i}$$

Sustituyendo las expresiones de los ejemplos anteriores 1 y 2,

$$\sin(3-4i) = \frac{(-54.60 + 7.704i) - (-0.01813 - 0.00258i)}{2i}$$

$$= \frac{-54.5819 + 7.7066\, i}{2i}$$

Multiplicando por la unidad $\frac{-2i}{-2i}$

$$= \left(\frac{-54.5819 + 7.7066\, i}{2i}\right)\left(\frac{-2i}{-2i}\right)$$

$$= \frac{(-54.5819) * (-2i) + (7.7066i) * (-2i)}{(2i) * (-2i)} = \frac{15.4132 + 109.1638i}{4}$$

$$= \boxed{3.8533 + 27.2909\, i}$$

4. Encontrar el valor de $\cos(z)$ para $z = 3 - 4i$

$$\boxed{\cos(z) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}}$$

$$\cos(3-4i) = \frac{e^{i(3-4i)} + e^{-i(3-4i)}}{2}$$

$$= \frac{(-54.60 + 7.704i) + (-0.01813 - 0.00258i)}{2}$$

$$= \frac{-54.61813 + 7.70142\,i}{2}$$

$$\boxed{-27.309065 + 3.85071\,i}$$

Logaritmo Natural de un número complejo

$$\ln z = \ln r + i\theta$$

Calcular el logaritmo natural ($\ln$) de $z = 3 - 4i$

$$\boxed{\ln z = \ln r + i\,\theta}$$

$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ y $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-4}{3}\right) = -0.927$ *radianes*

Pero si consideramos que $0 \leq \theta < 2\pi$, entonces $\theta = 2\pi - |-0.927| = 5.356$

$$\ln(3 - 4\,i) = \ln 5 + 5.356\,i$$

$$\boxed{\ln(3 - 4i) = 1.6094 + 5.356\,i}$$

Aunque también se puede expresar como

$$\boxed{\ln(3 - 4i) = 1.6094 - 0.927\,i}$$

La potencia de un número complejo en notación exponencial es

$$z^a = e^{a \ln z}$$

Donde a puede ser un número complejo también

Encontrar el valor de la siguiente expresión

$(2+i)^{1-i}$ $z=(2+i)$ y $a=1-i$

$$(2+i)^{1-i}=e^{(1-i)\ln(2+i)}$$

Cambiando z a su forma polar tenemos:

$$r=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$$ $$\ln(2+i)=\ln\sqrt{5}+0.4636\,i$$

$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=0.4636$ radianes

$$e^{(1-i)(\ln\sqrt{5}+0.4636\,i)}$$

$$(1-i)(\,(\ln\sqrt{5}+0.4636\,i) = (1-i)(0.8047+0.4636i)$$

$$= \boxed{0.8047} + \boxed{0.4636i - 0.8047i} + \boxed{0.4636}$$

$$= \boxed{1.2683}\,\boxed{-\,0.3411i}$$

Entonces $e^{(1-i)(\ln\sqrt{5}+0.4636\,i)}$ queda como

$$e^{1.2683-0.3411i} =$$

$$= e^{1.2683}\,e^{-0.3411i}$$

$$= 3.355\,e^{-0.3411i}$$

$$= 3.355[(\cos(-0.3411)+i\sin(-0.3411)]$$

$$= 3.35(0.9424-0.3345i)$$

$$\boxed{(2+i)^{1-i} = 3.3455-1.1875\,i}$$