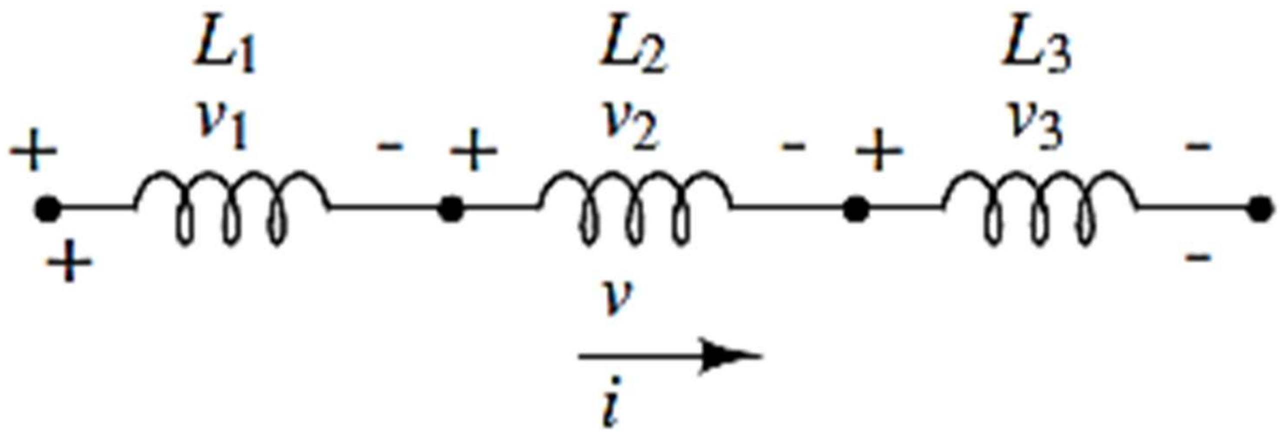
LECCION 5.2

5.4 Inductores en Serie, Paralelo y Mixtos.
5.5 Circuito R-L.
5.6 Energía Magnética.

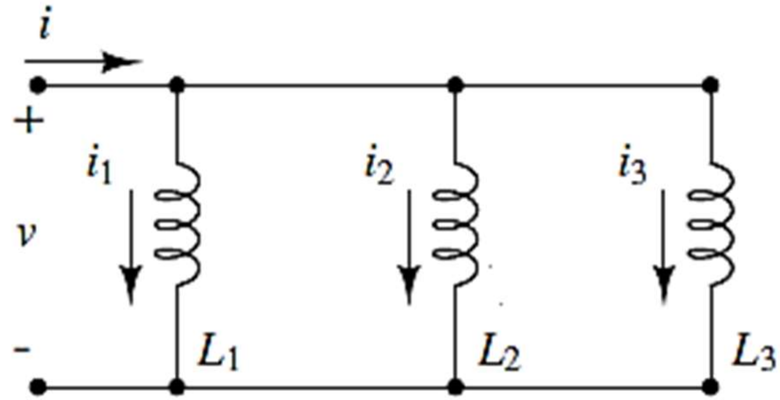
Inductores en Serie, Paralelo y Mixtos.



$$v = v_1 + v_2 + v_3$$

$$L_{eqs}\frac{di}{dt} = L_1\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt} + L_3\frac{di}{dt}$$

$$L_{eqs} = L_1 + L_2 + L_3$$



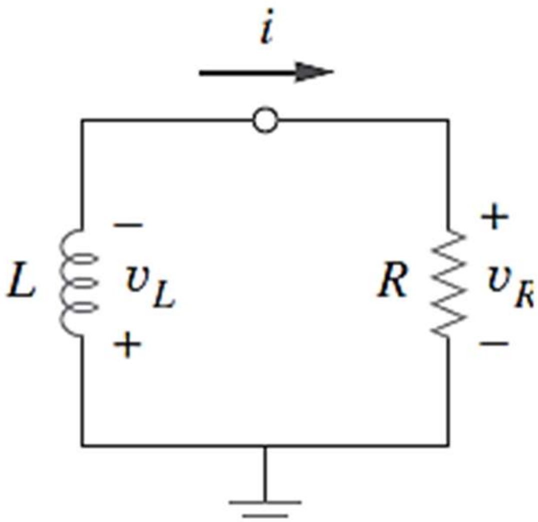
$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$L\frac{di}{dt} = v \rightarrow i = \frac{1}{L}\int v\,dt$$

$$\frac{1}{L_{eqp}}\int v\,dt = \frac{1}{L_1}\int v\,dt + \frac{1}{L_2}\int v\,dt + \frac{1}{L_3}\int v\,dt$$

$$\frac{1}{L_{eqp}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

Circuito R-L.



Circuito RL sin fuente.

$$t = 0$$
$$i(0) = I_0$$

Aplicando a LTK

$$v_L + v_R = 0$$

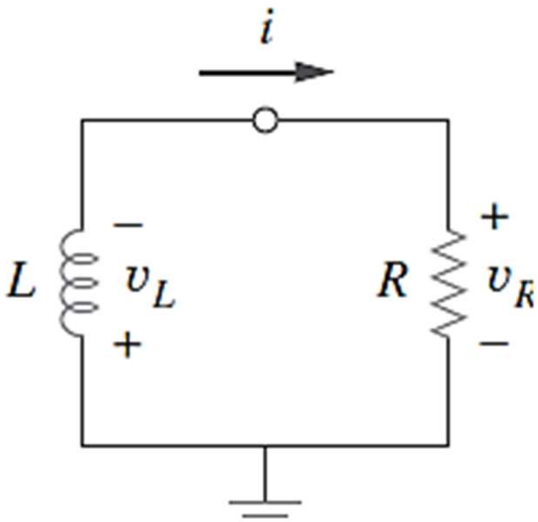
$$L\frac{di}{dt} + iR = 0$$

$$\rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}\, i$$

$$\rightarrow \frac{di}{i} = -\frac{R}{L}\, dt \rightarrow \int_{I_0}^{i(t)} \frac{di}{i} = -\frac{R}{L} \int_{o}^{t} dt$$

$$ln\frac{i(t)}{I_0} = -\frac{R}{L}\, t$$

$$i(t) = I_0\, e^{-\frac{R}{L}t}$$



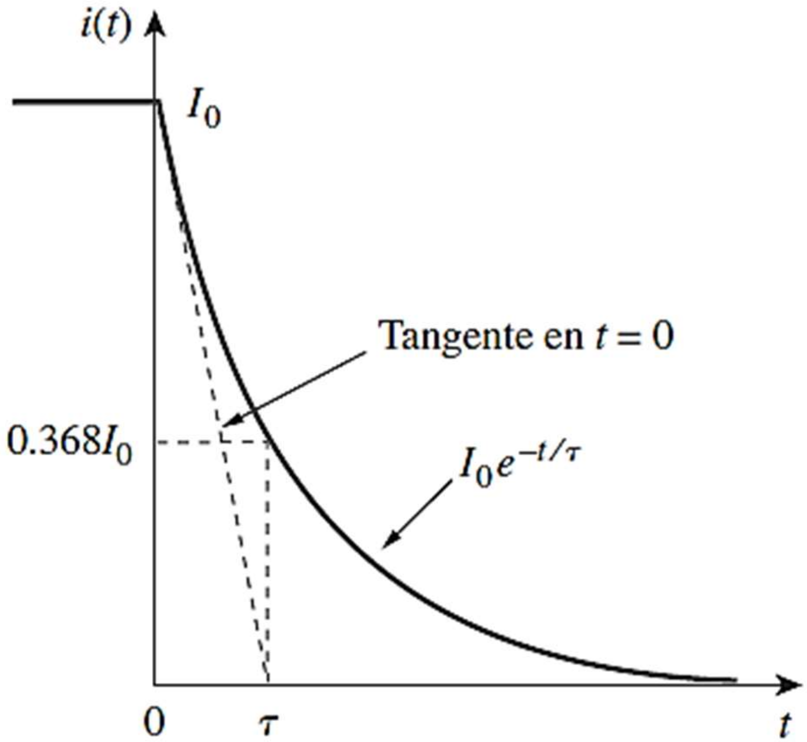
Circuito RL sin fuente.

$$t = 0$$
$$i(0) = I_0$$

$$i(t) = I_0\, e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$t = \frac{L}{R} = \tau$$
$$i(\tau) = 0.368\, I_0$$

Constante de tiempo del circuito RL



$$\boldsymbol{i(t) = I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$\boldsymbol{v_R = R\, i}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{v_R(t) = R\, I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

Corresponde a la tensión sobre el resistor

$$p = v\, i = R\, I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}\, I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{p = R\, I_0^2\, e^{-2\frac{t}{\tau}}}$$

Corresponde a la potencia disipada en el resistor

Corresponde a la potencia disipada en el resistor

$$\boldsymbol{p = R\, I_0^2\, e^{-2\frac{t}{\tau}}} \qquad \boldsymbol{\tau = \frac{L}{R}}$$

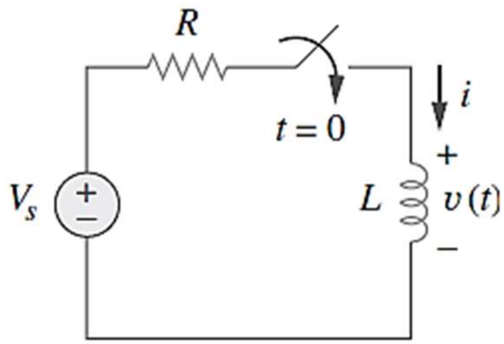
La energía absorbida por el resistor es

$$\omega_R(t) = \int_0^t p(\lambda)\, d\lambda \;= \int_0^t \boldsymbol{R\, I_0^2\, e^{-2\frac{\lambda}{\tau}}}\, d\lambda \;= -\frac{\tau}{2}\int_0^{-2\frac{t}{\tau}} \boldsymbol{R\, I_0^2\, e^{u}}\, du$$

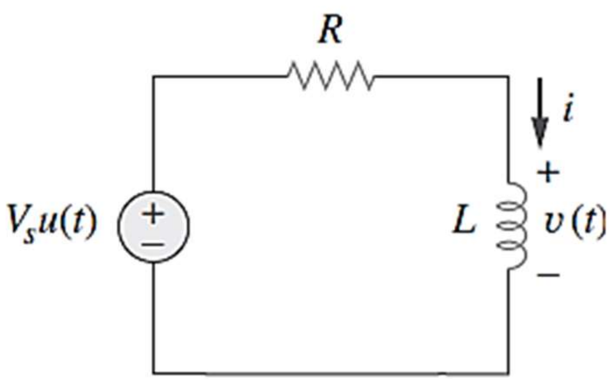
$$\omega_R(t) = -\frac{L}{2R}\left[\boldsymbol{R\, I_0^2\, e^{-2\frac{\lambda}{\tau}} - R\, I_0^2}\right]$$

$$\boldsymbol{\omega_R(t) \;= -\frac{L}{2} I_0^2 \left[R\, e^{-2\frac{\lambda}{\tau}} - 1\right]}$$

Respuesta escalón de un circuito RL

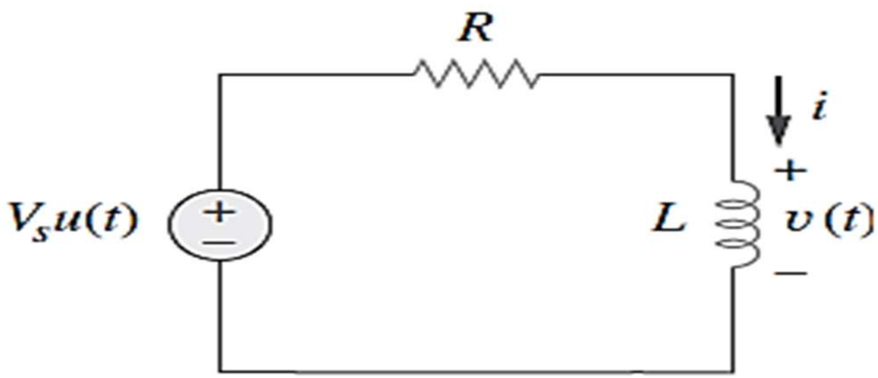


La respuesta escalón de un circuito es su comportamiento cuando la excitación es la función de escalón, debida a una súbita aplicación de una fuente de tensión o de corriente de CD.



$$\boldsymbol{V_s(t) = V_s\, u(t)}$$

$$u(t) = \begin{cases} 1\,, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}.$$



Aplicando a LTK

$$v_L + v_R = V_s$$

$$t > 0$$

$$L\frac{di}{dt} + R\,i = V_s$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_s}{L} - \frac{iR}{L} = -\frac{iR - V_s}{L} \rightarrow \int_{I_0}^{i(t)} \frac{di}{(iR - V_s)} = -\int_0^t \frac{dt}{L}$$

$$\rightarrow \frac{1}{R}\int_{I_0R-V_s}^{Ri(t)-V_s} \frac{du}{u} = -\frac{t}{L} \rightarrow \ln\frac{Ri - V_s}{RI_0 - V_s} = -\frac{R}{L}\,t$$

$$\frac{Ri - V_s}{RI_0 - V_s} = e^{-\frac{R}{L}t} \rightarrow Ri - V_s = (RI_0 - V_s)e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\rightarrow Ri(t) - V_s = (RI_0 - V_s)e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i(t) = \left(I_0 - \frac{V_s}{R}\right)e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V_s}{R}$$

Esto se conoce como la respuesta completa (o respuesta total) del circuito de RL a una súbita aplicación de una fuente de tensión de cd

$$v(t) = L\frac{di}{dt} = L\left(I_0 - \frac{V_s}{R}\right)e^{-\frac{R}{L}t}\left[-\frac{R}{L}\right] = -(RI_0 - V_s)e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$v(t) = -(RI_0 - V_s)e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i(t) = \left(I_0 - \frac{V_s}{R}\right)e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V_s}{R}$$

Si $I_0 = 0$

$$i(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{V_s}{R}\left[1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right], & t > 0 \end{cases}$$

Análisis de Respuesta escalón de un circuito RL por respuestas natural y forzada en términos de la fuente

$$i(t) = \left(I_0 - \frac{V_s}{R}\right)e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V_s}{R}$$

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{V_s}{R}e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V_s}{R}$$

$$i(t) = \boxed{I_0 e^{-\frac{R}{L}t}} + \boxed{\frac{V_s}{R}\left[1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right]}$$

$$i_n = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$ *Respuesta natural o energía almacenada*

$$i_f = \frac{V_s}{R}\left[1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right]$$ *Respuesta forzada o fuente independiente*

Análisis de Respuesta escalón de un circuito RL por respuestas en estado estable y transitoria en términos de la permanencia de la respuesta

$$i(t) = \boxed{\frac{V_s}{R}} + \boxed{\left(I_0 - \frac{V_s}{R}\right) e^{-\frac{R}{L}t}}$$

$$i_{ss} = \frac{V_s}{R}$$ *Respuesta en estado estable o parte permanente*

La respuesta en estado estable es el comportamiento del circuito mucho tiempo después de aplicada una excitación externa.

$$i_t = \left(I_0 - \frac{V_s}{R}\right) e^{-\frac{R}{L}t}$$ *Respuesta transitoria o parte temporal*

La respuesta transitoria es la respuesta temporal del circuito, la cual se extinguirá con el tiempo.

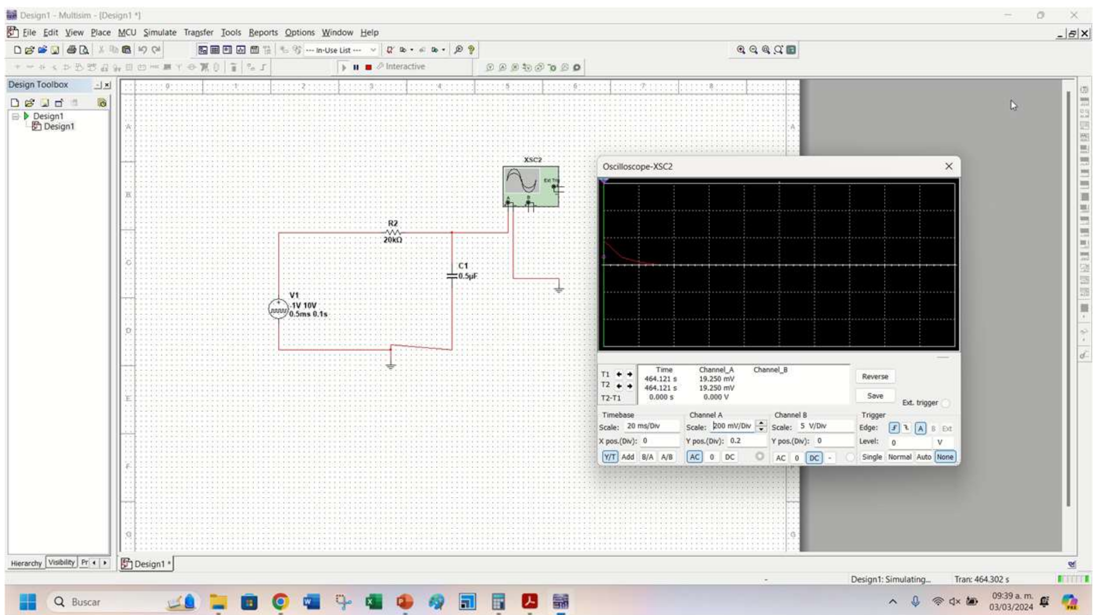
PRACTICA

OBJETIVO GENERAL

Reconocer un circuito de primer orden a partir del comportamiento de su respuesta transitoria para analizar cómo se relaciona con la constante de tiempo

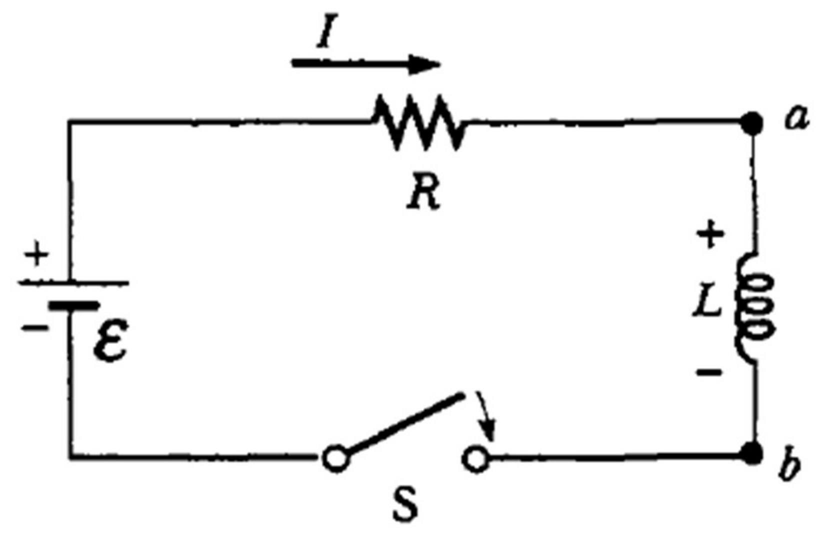
OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar cómo está compuesto un circuito de primer orden.
- Observar el comportamiento que tienen estos tipos de circuitos antes de alcanzar su estado estable.
- Determinar la constante de tiempo de un circuito de primer orden



Energía Magnética.

$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$



$$I\varepsilon = I^2R + IL\frac{dI}{dt}$$

$$p = v \cdot i$$

Potencia instantánea

$$\frac{dU}{dt} = I^2R + IL\frac{dI}{dt}$$

I^2R: Energía entregada al resistor

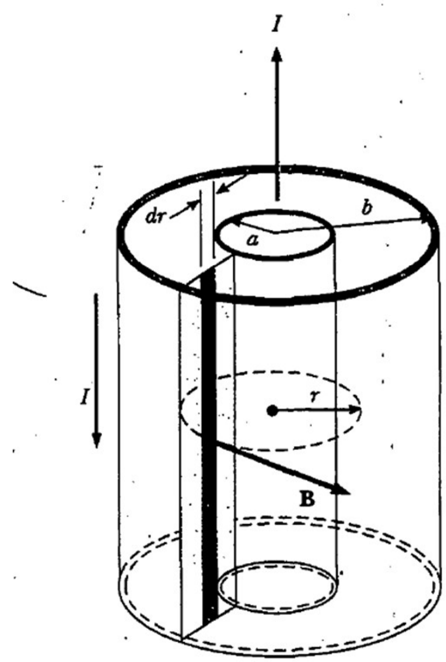
$IL\frac{dI}{dt}$: Energía almacenada por el inductor

$$\frac{dU_M}{dt} = IL\frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad dU = ILdI$$

$$\int dU = \int_0^I ILdI \quad \Rightarrow \quad U = \frac{1}{2}\, L\, I^2$$

Los cables coaxiales se usan con frecuencia para conectar dispositivos electrónicos, como su sistema de audio y un altavoz. Un largo cable coaxial se compone de dos cascarones conductores cilíndricos, concéntricos y delgados, de radios a y b y longitud ℓ, como se ve en la figura 32.11. Los cascarones conductores transportan la misma corriente I en direcciones opuestas. Suponga que el conductor interno conduce una corriente a un dispositivo y que el exterior actúa como una trayectoria de retorno que conduce una corriente de regreso a la fuente. a) Calcule la autoinductancia L de este cable.

b) Calcule la energía total almacenada en el campo magnético del cable.



LECCION 5.2