TIPO DE VARIABLES SEPARABLES

EDO de 1er orden
Tipo Separables

- Cuando las ecuaciones diferenciales

$$g(y)y' - f(x) = 0$$

- se reducen a la forma

$$g(y)y' = f(x)$$
$$g(y)dy = f(x)dx$$

- Se le llama separable y se resuelve

$$\int g(y)dy = \int f(x)dx + c$$

Ecuaciones de 1er orden separables

Ejemplo sin valores iníciales y con valores iníciales

$$9yy' + 4x = 0$$

$$9yy' = -4x$$

$$9ydy = -4xdx$$

$$\int 9ydy = -\int 4xdx + c$$

$$\frac{9}{2}y^2 = -\frac{4}{2}x^2 + c$$

$$y^2 = -\frac{4}{9}x^2 + C$$

$$y = \sqrt{\left[-\frac{4}{9}x^2 + C\right]}$$

separables

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y\cos x}{1-2y}$$

se traspasan los terminos que contienen "y" al lado izquierda de la ecuación

$$\frac{(1-2y)}{y}\,dy = \cos x\,dx$$

$$\left(\frac{1}{y} - \frac{2y}{y}\right)dy = \cos x\,dx$$

$$\int\left(\frac{1}{y} - 2\right)dy = \int \cos x\,dx$$

$$\ln y - 2y = \operatorname{sen} x + C$$

se considera la solución

Para comprobar la solución, esta debe ser derivada

$$(\ln y - 2y)' = (\operatorname{sen} x + c)'$$

$$(\ln y)' - 2y' = (\operatorname{sen} x)' + (c)'$$

$$\frac{y'}{y} - 2y' = \cos x$$

$$y'\left(\frac{1}{y} - 2\right) = \cos x$$

$$y'\left(\frac{1-2y}{y}\right) = \cos x$$

$$y'(1-2y) = y\cos x$$

$$y' = \frac{y\cos x}{1-2y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y\cos x}{1-2y}$$

Separables

$$1+e^{-3x}y'=0 \qquad y(0)=1$$

se traspasan al lado izquierdo las variables "y" y al lado derecho las variables "x"

$$e^{-3x}y'=-1$$

$$y'=-\frac{1}{e^{-3x}}$$

$$y'=-e^{3x}$$

$$\frac{dy}{dx}=-e^{3x}$$

$$dy=-e^{3x}dx$$

se integran los terminos

$$\int dy=-\int e^{3x}dx$$

$$y=-\frac{e^{3x}}{3}+c$$

es la solución de la ec. dif.

Calculando la constante c, se toma cuando x=0 entonces y=1, sustituyendo en la solución

$$1=-\frac{e^{3(0)}}{3}+c$$

$$1=-\frac{1}{3}+c$$

$$c=1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$$

$$c=\frac{4}{3}$$

por lo tanto

$$y=-\frac{e^{3x}}{3}+\frac{4}{3}$$

Comprobando la solución, para ello se derivara la expresión

$$y' = \left(-\frac{e^{3x}}{3} + \frac{4}{3}\right)'$$

$$= -\frac{1}{3}(e^{3x})' + \left(\frac{4}{3}\right)'$$

$$= -\frac{1}{3} e^{3x}(3x)' + 0$$

$$= -\frac{3}{3} e^{3x} = -e^{3x}$$

$$y' = -e^{3x}$$

sustituyendo en la ecuación diferencial original

$$1 + e^{-3x} y' = 0$$, sustituyendo

$$1 + e^{-3x}(-e^{3x}) = 0$$

$$1 - e^{-3x+3x} = 0$$

$$1 - e^{0} = 0$$

$$1 - 1 = 0$$

$$\underline{0 = 0}$$